Đề cương bài tập lớp KSTN
Môn Giải tích 2

I. Ứng dụng phép tính vi phân trong hình học

1. Tìm độ cong và bán kính cong tại một điểm bất kì của đường cong:

   a) $y = x^3$

   b) $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$

   c) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

   d) $r = a(1 + \cos\varphi)$

2. Lập phương trình đường túc bế của các đường:

   a) $y = x^{3/2}$

   b) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

   c) $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$

   d) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

3. Tìm hình bao của họ đường cong:

   a) $y = (x - c)^3$

   b) $y^3 = (x - c)^2$

   c) $(x - a)^2 + y^2 = \dfrac{a^2}{2}$

   d) $y = kx + \dfrac{1}{k}$

4. Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của các đường cong:

   a) $\begin{cases} x = R\cos^2 t \\ y = R\sin t\cos t \text{ tại } t = \dfrac{\pi}{4} \\ z = R\sin t \end{cases}$

   b) $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x = y \end{cases}$ tại $M(1,1,2)$

   c) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ tại $M(1,1,2)$

   d) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$ tại $M(1,1,2)$

5. Chứng minh rằng tiếp tuyến của đường cong $x = a\cos t, y = a\sin t, z = bt$ tại điểm bất kì luôn tạo với trục Oz một góc không đổi.

6. Tìm độ cong của các đường:

   a) $\begin{cases} x = t\cos t \\ y = t\sin t \text{ tại } M(0,0,0) \\ z = bt \end{cases}$

   b) $\begin{cases} x^2 - y^2 + z^2 = 1 \\ y^2 - 2x + z = 0 \end{cases}$ tại $M(1,1,1)$

7. Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của các mặt sau:

   a) $3xyz - z^3 = a^3$ tại $M(0, a, -a)$

   b) $z = x^2 + y^2$ tại $M(1, -2, 5)$

c) $2^{x/z} + 2^{y/z} = 8$ tại $M(2,2,1)$

d) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$ tại điểm có tiếp diện chắn trên các trục tọa độ những đoạn thẳng bằng nhau.

8. Chứng minh rằng tiếp diện bất kì của mặt phẳng $xyz = a^3$ tạo với các mặt phẳng tọa độ một tứ diện có thể tích không đổi.

9. Chứng minh rằng tiếp diện bất kì của mặt phẳng $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$ chắn trên các trục tọa độ những đoạn thẳng có tổng độ dài không đổi.

II. Tích phân phụ thuộc tham số

10. Cho $f(x,y)$ là một hàm gián đoạn trên $[0,1] \times \mathbb{R}$. Liệu hàm $F(y) = \int\limits_0^1 f(x,y)dx$ có thể liên tục được không ? Xét ví dụ với hàm $f(x,y) = \operatorname{sgn}(x-y)$.

11. Khảo sát tính liên tục của hàm số $F(y) = \int\limits_0^1 \dfrac{yf(x)}{x^2+y^2}dx$ trong đó $f(x)$ liên tục trên $[0,1]$.

12. Tính giới hạn

a) $\lim\limits_{\alpha \to 0} \int\limits_{\alpha}^{1+\alpha} \dfrac{dx}{1+x^2+\alpha^2}$ b) $\lim\limits_{n \to +\infty} \int\limits_{\alpha}^{1} \dfrac{dx}{1+(1+\frac{x}{n})^n}$

13. Tính $F'(y)$ biết

a) $F(y) = \int\limits_{\sin y}^{\cos y} e^{y\sqrt{1-x^2}}dx$ b) $F(y) = \int\limits_{y}^{y^2} e^{-x^2 y}dx$

14. Tính $F''(y)$ biết $F(y) = \int\limits_0^y (x+y)f(x)dx$ trong đó $f(x)$ là một hàm khả vi trên $\mathbb{R}$.

15. Chứng minh $\dfrac{d^n}{dx^n}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right) = \dfrac{1}{x^{n+1}} \int\limits_0^x y^n \cos\left(y + \dfrac{n\pi}{2}\right)dy$

16. Tính các tích phân sau:

a) $\int\limits_0^{\pi/2} \ln(a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x)dx$ b) $\int\limits_0^{\pi} \ln(1 - 2a\cos x + a^2)dx$

17. Xét tính hội tụ đều của tích phân suy rộng sau:

a) $I(x) = \int\limits_0^{+\infty} e^{-xt^2}dt$ b) $I(y) = \int\limits_1^{+\infty} x^y e^{-x}dx, \quad y \in [a,b]$

c) $I(a) = \int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^a},\ 1 < a_0 \le a < +\infty$ d) $I(a) = \int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^a},\ 1 < a < +\infty$

18. Tính tích phân sau:

a) $\int\limits_0^1 x^{n-1} \ln^m x dx\ ,\ m,n \in \mathbb{N}$ b) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+a)^{n+1}},\ n \in \mathbb{N}$

c) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx,\ a,b > 0$ d) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x} dx,\ a,b > 0$

e) $\int\limits_0^{+\infty} \left(\frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \right)^2 dx\ ,\ a,b > 0$ f) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \sin mx dx\ ,\ a,b > 0$

g) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \cos mx dx\ ,\ a,b > 0$ h) $\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-a^2x^2)}{x^2\sqrt{1-x^2}} dx\ ,\ |\, a \,| \le 1$

i) $\int\limits_0^1 \frac{\ln(1-a^2x^2)}{\sqrt{1-x^2}} dx\ ,\ |\, a \,| \le 1$ k) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\ln(a^2+x^2)dx}{b^2+x^2}$

l) $\int\limits_1^{+\infty} \frac{\arctan ax dx}{x^2\sqrt{x^2-1}}$ m) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\arctan ax . \arctan bx dx}{x^2}$

n) $I = \int\limits_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ (chứng minh $I^2 = \int\limits_0^{+\infty} e^{-x^2} dx \int\limits_0^{+\infty} x e^{-x^2y^y} dy$)

19. Dùng hàm Gamma, Beta, tính :

a) $\int\limits_0^1 \sqrt{x-x^2} dx$ b) $\int\limits_0^a x^2\sqrt{a^2-x^2} dx\ ,\ a > 0$

c) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{x} dx}{(1+x)^2}$ d) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}$

e) $\int\limits_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x dx$ f) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt[n]{1-x^n}},\ n > 1$

g) $\int\limits_0^{+\infty} x^{2n} e^{-x^2} dx$ h) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{x^{n+1}}{1+x^n} dx,\ n > 2$

20. Chứng minh:

a) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} . \int\limits_0^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{\pi}{4}$

b) $\int\limits_0^{+\infty} e^{-x^4}dx . \int\limits_0^{+\infty} x^2e^{-x^4}dx = \frac{\pi}{8\sqrt{2}}$

III. Tích phân bội

21. Đổi thứ tự lấy tích phân trong các tích phân sau:

a) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} f(x,y)dy$

b) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

c) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)dx$

d) $\int\limits_0^{2\pi} dx \int\limits_0^{\sin x} f(x,y)dy$

e) $\int\limits_0^{\sqrt{2}} dy \int\limits_0^{y} f(x,y)dx + \int\limits_{\sqrt{2}}^{2} dy \int\limits_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x,y)dx$

f) $\int\limits_0^{e} dx \int\limits_0^{\ln x} f(x,y)dy$

22. Tính tích phân sau: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^2}^1 xe^{y^2}dy$

23. Tính các tích phân kép sau:

a) $\iint\limits_D x\sin(x+y)dxdy \qquad D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x,y \le \pi / 2\right\}$

b) $\iint\limits_D x^2(y-x)dxdy \qquad D$ phần hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $x = y^2$

c) $\iint\limits_D | x + y | dxdy \qquad D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \left|x\right|,\left|y\right| \le 1\right\}$

d) $\iint\limits_D \sqrt{| y - x^2 |}dxdy \qquad D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \left|x\right| \le 1,\ 0 \le y \le 1\right\}$

e) $\iint\limits_{|x|+|y|\le 1} | x | + | y | dxdy$

24. Dùng phép đổi biến thích hợp tính các tích phân bội hai sau:

a) $\iint\limits_{x^2+y^2\le 1} | xy | dxdy$

b) $\iint\limits_{x^2+y^2\le 1} \sqrt{x^2+y^2}dxdy$

c) $\iint\limits_{\pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2} \sin\sqrt{x^2+y^2}dxdy$

d) $\iint\limits_D (4x^2-2y^2)dxdy \ , D : \begin{cases} 1 \le xy \le 4 \\ x \le y \le 4x \end{cases}$

e) $\iint\limits_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}dxdy \qquad D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq a^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$

f) $\iint\limits_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}dxdy \qquad D : \begin{cases} \left(x^2 + y^2\right)^2 \leq a^2(x^2 - y^2) \\ x \geq 0 \end{cases}$

g) $\iint\limits_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}dxdy \qquad D : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$

25. Tính các tích phân bội ba sau:

a) $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{(x+y+z+1)^3} \qquad V : \begin{cases} x, y, z \geq 0 \\ x + y + z \leq 1 \end{cases}$

b) $\iiint\limits_V \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}dxdydz \qquad V : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2az \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 3a^2 \end{cases}$

c) $\iiint\limits_V (x^2 + y^2)dxdydz \qquad V : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$

d) $\iiint\limits_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}dxdydz \qquad V : x^2 + y^2 + z^2 \leq x$

e) $\iiint\limits_V x^2y^2z^2dxdydz \qquad V : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$

f) $\iiint\limits_V (\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2})dxdydz \qquad V : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$

g) $\iiint\limits_V \sqrt{1 - (\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2})}dxdydz \qquad V : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$

26. Tính diện tích các hình phẳng giới hạn bởi các đường cong sau:

a) $\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2) \\ x^2 + y^2 \geq a^2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} (x^3 + y^3)^2 = x^2 + y^2 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 = 8a^2xy \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 \leq a^2 \end{cases}$ d) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{h} + \frac{y}{k}$

27. TÍnh thể tích phần không gian giới hạn bởi các mặt sau:

a) $z = 1 + x + y,\ z = 0,\ x + y = 1,\ x = 0,\ y = 0.$

b) $z = x^2 + y^2,\ y = x^2,\ y = 1,\ z = 0.$

c) $z^2 = xy,\ x^2 + y^2 = a^2.$

d) $z = x^2 + y^2,\ x^2 + y^2 = x,\ x^2 + y^2 = 2x,\ z = 0.$

e) $z = x^2 + y^2,\ z = x + y.$

f) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1,\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = \dfrac{z^2}{c^2},\ z > 0.$

g) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1,\ \left(\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2}\right)^2 = \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2}.$

h) $\left(\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2}\right)^2 + \dfrac{z}{c} = 1,\ z = 0.$

28. Tính diện tích:

a) Phần mặt cong $az = xy$ nằm bên trong hình trụ $x^2 + y^2 = a^2$

b) Phần mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ nằm bên trong hình trụ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

c) Phần mặt cong $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ nằm bên trong hình trụ $x^2 + y^2 = 2x$

d) Phần mặt cong $x^2 + y^2 = 2az$ nằm bên trong hình trụ $\left(x^2 + y^2\right)^2 = 2a^2xy$

e) Phần mặt cong $x^2 + y^2 = a^2$ nằm bên trong hình trụ $x + z = 0,\ x - z = 0\ (x > 0,\ y > 0)$

29. Áp dụng tích phân bội ba, tính thể tích phần không gian giới hạn bởi các mặt sau:

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 2az,\ x^2 + y^2 \le z^2$

b) $\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^3 = 3xyz$

c) $\left(\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2}\right)^2 = \dfrac{x}{h}$

d) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^4}{c^4} = 1$

e) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2,\ x^2 + y^2 + z^2 = b^2,\ x^2 + y^2 = z^2\ (z \ge 0,\ 0 < a < b)$

IV. Tích phân đường

30. Tính các tích phân đường loại 1 sau:

a) $\displaystyle\int_C (x + y)ds$ trong đó C là chu tuyến của tam giác với các đỉnh $O(0,0),\ A(0,1),\ B(1,0)$

b) $\int\limits_C (x^{4/3} + y^{4/3})ds$ trong đó $C : x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$

c) $\int\limits_C |\, y \,|\, ds$ trong đó $C : (x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$

d) $\int\limits_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$ trong đó $C : x^2 + y^2 = ax$

e) $\int\limits_C (x^2 + y^2 + z^2)ds$, $C : \begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t \quad t \in [0, 2\pi] \\ z = bt \end{cases}$

f) $\int\limits_C x^2 ds$, $C : x^2 + y^2 + z^2 = a^2,\ x + y + z = 0$

g) $\int\limits_C z ds$, $C : x^2 + y^2 = z^2, y^2 = ax$ lấy từ $O(0,0,0)$ đến $A(a, a, a\sqrt{2})$

31. Tính các tích phân đường loại 2 sau:

a) $\int\limits_C (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$ trong đó $C : y = x^2\ (-1 \le x \le 1)$

b) $\int\limits_C (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$ trong đó $C : y = 1 - |\, 1 - x \,|,\ 0 \le x \le 2$

c) $\oint\limits_C (x - y)dx + (x + y)dy$ trong đó $C : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ theo chiều ngược chiều kim đồng hồ

d) $\oint\limits_{ABCDA} \dfrac{dx + dy}{|\, x \,| + |\, y \,|}$ trong đó $A(1,0),\ B(0,1),\ C(-1,0),\ D(0,-1)$

e) $\oint\limits_{OmAnO} \arctan\dfrac{y}{x} dy - dx$ trong đó $OmA : y = x^2$, $OnA : y = x$, chiều lấy tích phân theo chiều dương.

f) $\int\limits_{(-1,2)}^{(2,3)} xdy - ydx$

g) $\int\limits_{(1,-1)}^{(1,1)} (x - y)(dx - dy)$

h) $\int\limits_{(1,0)}^{(6,8)} \dfrac{xdy + ydx}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

i) $\int\limits_{(0,-1)}^{(1,0)} \dfrac{xdy - ydx}{(x - y)^2}$

32. Tìm $z(x, y)$ biết

a) $dz = (x^2 + 2xy - y^2)dx + (x^2 - 2xy - y^2)dy$

b) $dz = \dfrac{ydx - xdy}{3x^2 - 2xy + 3y^2}$

c) $dz = e^x(e^y(x - y + 2) + y)dx + e^x(e^y(x - y) + 1)dy$

33. Áp dụng công thức Green, tính các tích phân sau:

a) $\oint\limits_C (xy^2)dy - (x^2y)dx, \;\; C:\; x^2 + y^2 = a^2$

b) $\oint\limits_C (x + y)dx - (x - y)dy, \;\; C: \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

c) $\oint\limits_{x^2+y^2=R^2} e^{-(x^2-y^2)}(\cos 2xydx + \sin 2xydy)$

d) $\int\limits_{AmO} (e^x \sin y - my)dx + (e^x \cos y - m)dy$ trong đó AmO nửa trên đường tròn

$x^2 + y^2 = ax$, chạy từ $A(a,0)$ đến $O(0,0)$.

e) $\oint\limits_C \dfrac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ trong đó C là đường cong đơn khép kín, không đi qua gốc tọa độ và ngược chiều kim đồng hồ.

34. Áp dụng tích phân đường loại 1, tính độ dài các đường cong:

a) $x = 3t,\; y = 3t^2,\; z = 2t^3$ lấy từ $O(0,0,0)$ đến $A(3,3,2)$

b) $x = e^{-t}\cos t,\; y = e^{-t}\sin t,\; z = e^{-t}$ với $t > 0$

c) $x^2 + y^2 = cz,\; \dfrac{y}{x} = \tan\dfrac{z}{c}$ lấy từ $O(0,0,0)$ đến $A(x_0, y_0, z_0)$

35. Tính diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường cong:

a) $x = a\cos t,\; y = b\sin t \;(0 \le t \le 2\pi)$

b) $(x + y)^2 = ax$ và trục Ox

c) $x^3 + y^3 = x^2 + y^2$ và các trục tọa độ

d) $(\dfrac{x}{a})^n + (\dfrac{y}{b})^n = 1$ và các trục tọa độ

36. Tính các tích phân mặt loại 1 sau:

a) $\iint\limits_S zdS$ trong đó S là phần mặt cong $x^2 + y^2 = 2az$ được cắt ra bởi $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

b) $\iint\limits_S (x + y + z)dS$ trong đó S là mặt cong $x^2 + y^2 + z^2 = a^2,\; z \ge 0$

c) $\iint\limits_S (x^2 + y^2)dS$ trong đó S là bề mặt của vật thể $\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 1$

d) $\iint\limits_S \frac{dS}{(1 + x + y)^2}$ trong đó S là bề mặt của hình tứ diện $x + y + z \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0$

e) $\iint\limits_S |\ xyz\ |\ dS$ trong đó S là phần mặt phẳng $z = x^2 + y^2$ bị cắt bởi mặt $z = 1$.

f) $\iint\limits_S (xy + yz + zx)dS$ trong đó S là phần của mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ bị cắt bởi mặt $x^2 + y^2 = 2ax$

37. Tính các tích phân mặt loại 2 sau:

a) $\iint\limits_S xdydz + ydzdx + zdxdy$ trong đó S phía ngoài mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

b) $\iint\limits_S (y - z)dydz + (z - x)dzdx + (x - y)dxdy$ trong đó S là phía ngoài của mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ 0 \le z \le h$

c) $\iint\limits_S \frac{dydz}{x} + \frac{dzdx}{y} + \frac{dxdy}{z}$ trong đó S là phía ngoài của mặt $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

d) $\iint\limits_S x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy$ trong đó S là phía ngoài của mặt cầu $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

38. Áp dụng công thức Ostragradsky, tính các tích phân mặt sau:

a) $\iint\limits_S x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy$ trong đó S là mặt ngoài của hình lập phương $0 \le x, y, z \le a$

b) $\iint\limits_S x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy$ trong đó S là phía ngoài của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

c) $\iint\limits_S (x - y + z)dydz + (y - z + x)dzdx + z - x + y)dxdy$ trong đó S phía ngoài của mặt $\left|x - y + z\right| + \left|y - z + x\right| + \left|z - x + y\right| = 1$

39. Áp dụng công thức Stoke, tính các tích phân:

a) $\int\limits_C (y + z)dx + (z + x)dy + (x + y)dz$

trong đó $C : x = a\sin^2 t;\ y = 2a\sin t\cos t;\ z = a\cos^2 t;\ 0 \le t \le \pi$

b) $\int_C (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz$ trong đó $C: x^2 + y^2 = a^2 \frac{x}{a} + \frac{z}{h} = 1$, chiều của C ngược chiều kim đồng hồ nếu nhìn từ chiều dương của trục Ox

c) $\int_C (y^2 - z^2)dx + (z^2 - x^2)dy + (x^2 - y^2)dz$ trong đó C là thiết diện của hình lập phương $0 \le x, y, z \le a$ cắt bởi mặt $x + y + z = \frac{3}{2}a$, chiều của C ngược chiều kim đồng hồ nếu nhìn từ chiều dương của trục Ox

d) $\int_C y^2z^2dx + x^2z^2dy + x^2y^2dz$ trong đó C là đường cong kín $x = a\cos t,\ y = a\cos 2t,\ z = a\cos 3t$. Chiều của C lấy theo chiều tăng của t.