

BÀI TẬP THỰC HÀNH PHƯƠNG PHÁP TÍNH VÀ MATLAB

Hệ đào tạo: Chính quy

Mã HP: 2110

BÀI THỰC HÀNH SỐ 1.**CHƯƠNG 1. MATLAB CƠ BẢN****1.1 Biểu thức Matlab**

Bài tập 1.1. Tính bằng tay các biểu thức sau rồi thử lại bằng MATLAB:

1. $10/2 \setminus 5 - 3 + 2 * 4$
2. $3^2 / 4$
3. 3^2^2
4. $2 + \text{round}(6/9 + 3 * 2) / 2 - 3$
5. $2 + \text{floor}(6/11) / 2 - 3$
6. $2 + \text{ceil}(-6/9) - 3$
7. $\text{fix}(-4/9) + \text{fix}(3 * (5/6))$

Bài tập 1.2. Cho $a = 36, b = 15$. Tính bằng tay các biểu thức sau rồi thử lại bằng MATLAB:

1. $\text{mod}(a, b)$
2. $\text{rem}(a, b)$
3. $\text{gcd}(a, b)$
4. $\text{lcm}(a, b)$

Thử lại với các cặp giá trị (a, b) khác.

Bài tập 1.3. Dự đoán kết quả những phép toán sau, giải thích và kiểm tra lại bằng MATLAB:

1. $1 \ \& \ -1$
2. $13 \ \& \ -6$
3. $0 \ < \ -20$
4. $0 \ \leq \ 0.2 \ \leq \ 0.4$
5. $5 \ > \ 4 \ > \ 3$
6. $2 \ > \ 3 \ \& \ 1$

1.2 Vector và ma trận

Bài tập 1.4. Nhập vào vector $x = [3 \ 1 \ 5 \ 7 \ 9 \ 2 \ 6]$, dự đoán kết quả của các dòng lệnh sau và thử lại bằng MATLAB:

1. $x(3)$
2. $x(1:7)$

3. $x(1:end)$

6. $x([1 \ 6 \ 2 \ 1 \ 1])$

4. $x(1:end-1)$

7. $\text{sum}(x), \text{min}(x), \text{max}(x)$.

5. $x(6:-2:1)$

Bài tập 1.5. Cho $x=[1 \ 5 \ 2 \ 8 \ 9 \ 0 \ 1]$ và $y=[5 \ 2 \ 2 \ 6 \ 0 \ 0 \ 2]$ giải thích kết quả của các dòng lệnh sau:

1. $x > y$

5. $y \geq x$

9. $(x > y) | (y < x)$

2. $y < x$

6. $x | y$

10. $(x > y) \& (y < x)$

3. $x == y$

7. $x \& y$

4. $x \leq y$

8. $x \& -y$

Bài tập 1.6. Cho hai vector $a=[1 \ 0 \ 2]$ và $a=[0 \ 2 \ 2]$ xác định giá trị của các biểu thức sau, giải thích và sau đó kiểm tra lại bằng MATLAB:

1. $a = b$

5. $a | (a)$

2. $a < b$

6. $b \& (b)$

3. $a < b < a$

7. $a = b == a$ (xác định giá trị cuối của a)

4. $a < b < b$

Bài tập 1.7. Cho $x=1:10$ và $y=[3 \ 1 \ 5 \ 6 \ 8 \ 2 \ 9 \ 4 \ 7 \ 0]$, dự đoán kết quả các dòng lệnh, giải thích và thử lại bằng MATLAB:

1. $(x > 3) \& (x < 8)$

4. $x((x < 2) | (x \geq 8))$

2. $x(x > 5)$

5. $y((x < 2) | (x \geq 8))$

3. $y(x \leq 4)$

6. $x(y < 0)$

Bài tập 1.8. Cho $A=[2 \ 7 \ 9 \ 7; \ 3 \ 1 \ 5 \ 6; \ 8 \ 1 \ 2 \ 5]$, $x=[1 \ 4 \ 8]$, và $y=[2 \ 1 \ 5]$. Xét xem dòng lệnh nào hợp lệ, dự đoán kết quả, giải thích và thử lại bằng MATLAB:

1. $[x; y']$

5. $A(:)$

2. $[x; y]$

6. $[A; A(\text{end}, :)]$

3. $A(:, [1, 4])$

7. $A(1:3, :)$

4. $A([2 \ 3], [3 \ 1])$

8. $[A; A(1:2, :)]$

Bài tập 1.9. Cho $x = [2 \ -5 \ 1 \ 6]$. Viết các lệnh thực hiện:

1. Cộng thêm 16 vào tất cả các phần tử
2. Cộng thêm 3 vào tất cả các phần tử ở vị trí lẻ
3. Lấy căn bậc 2 của tất cả các phần tử có giá trị dương
4. Bình phương tất cả các phần tử

Bài tập 1.10. Tạo vector $x = \text{randperm}(35)$ (tạo ngẫu nhiên một hoán vị từ 1 đến 35).

Viết các lệnh để tính hàm sau sử dụng chỉ số logic:

$$y(x) = \begin{cases} 2 & x < 6 \\ x-4 & 6 \leq x \leq 20 \\ 36-x & 20 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Bài tập 1.11. Cho $x = [3, 15, 9, 12, -1, 0, -12, 9, 6, 1]$.

1. Viết lệnh chuyển các giá trị dương thành 0.
2. Chuyển các bội số của 3 thành số 3.
3. Nhân các giá trị chẵn với 5.
4. Chuyển các giá trị nhỏ hơn trung bình cộng thành 0.

Bài tập 1.12. Cho các vector cột $x = [3 \ 2 \ 6 \ 8]'$, $y = [4 \ 1 \ 3 \ 5]'$.

1. Lấy tổng các phần tử của x thêm vào từng phần tử của y .
2. Lũy thừa mỗi phần tử của x với số mũ là các phần tử của y tương ứng.
3. Chia các phần tử tương ứng của y cho x .
4. Nhân các phần tử tương ứng của x và y và gán kết quả cho vector w .
5. Tính $x.*y-w$
6. Tính tích vô hướng của x và y .

Bài tập 1.13. Cho $x = [1 \ 4 \ 8]$, $y = [2 \ 1 \ 5]$ và $A = [3 \ 1 \ 6; 5 \ 2 \ 7]$. Xét xem dòng lệnh nào hợp lệ, dự đoán kết quả và thử lại bằng MATLAB:

- | | |
|-----------|------------------|
| 1. $x+y$ | 4. $A-[x' \ y']$ |
| 2. $x+A$ | 5. $A-3$ |
| 3. $x'+y$ | |

Bài tập 1.14. Cho $A = [2 \ 7 \ 9 \ 7; 3 \ 1 \ 5 \ 6; 8 \ 1 \ 2 \ 5]$, dự đoán kết quả các lệnh, giải thích và thử lại bằng MATLAB:

1. A'
2. $\text{sum}(A)$
3. $\text{sum}(A')$
4. $\text{sum}(A, 2)$
5. $\left[\left[A; \text{sum}(A) \right] \left[\text{sum}(A, 2); \text{sum}(A(:)) \right] \right]$

Bài tập 1.15. Tạo ma trận A vuông cỡ 4 có giá trị nguyên ngẫu nhiên nằm trong khoảng $[-10, 10]$, sau đó:

1. Cộng thêm 10 vào các phần tử của dòng 1 và dòng 2 của A , gán kết quả cho B .
2. Cộng thêm 10 vào các phần tử của cột 1 và cột 4 của A , gán kết quả cho C .
3. Tính nghịch đảo của các phần tử khác 0 của A , gán kết quả cho D .
4. Lấy căn bậc hai của mọi phần tử dương của A , gán kết quả cho E .

Bài tập 1.16. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1; & 6 & 7 & 2; & 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$, viết các lệnh MATLAB:

1. Gán cho vector x dòng thứ nhất của A .
2. Gán cho y hai dòng còn lại của A .
3. Tìm phần tử lớn nhất và nhỏ nhất của ma trận A .
4. Tính tổng tất cả các phần tử của A .

Bài tập 1.17. Nhập vào hai ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Thực hiện:

1. Tìm ma trận X sao cho $X * B = A$.
2. Tìm ma trận X sao cho $X * A = B$.
3. Xóa cột thứ 2 của ma trận A .
4. Thêm cột thứ nhất của ma trận B vào sau cột cuối của ma trận A .

1.3 Vẽ đồ thị

Bài tập 1.18.

1. Vẽ đồ thị của hàm số $y = x + \sin x$ theo biến x trong đó $x = -\pi : 0.1 : \pi$, sau đó thêm tiêu đề cho đồ thị và gán nhãn cho các trục tọa độ.
2. Vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 \sin x$ theo biến x trong đó $x = -\pi : 0.1 : \pi$, sau đó thêm tiêu đề cho đồ thị và gán nhãn cho các trục tọa độ.

Bài tập 1.19. Nhập vào các lệnh sau để định nghĩa và vẽ đồ thị hàm $g(x) = \exp(x)$:

```
sym x
g = exp(x)
ezplot(g)
```

Sau đó, điều chỉnh lại miền xác định bằng cách nhập: `ezplot (g, [-2, 2])`

Bài tập 1.20. Vẽ đồ thị các hàm $y = \sin x$, $y = \sin(x + \pi/2)$, $y = \sin(x + \pi/3)$ trên cùng một hệ trục tọa độ với vector $x = \text{linspace}(0, 2*\pi)$.

Bài tập 1.21.

1. Nhập lệnh sau và xem kết quả:

```
sym x y;
ezmesh(sin(x)*cos(y), [0, 10, 0, 10])
```

2. Kích vào `Tools`, sau đó kích vào `Rotate 3D`. Trỏ vào đồ thị, dùng chuột trái giữ và quay ảnh theo ý bạn.
3. Sử dụng lệnh `ezmesh` vẽ đồ thị hàm số $f(x, y) = x^2 - y^2$ với $x, y \in [-2, 2]$
4. Vẽ đồ thị hàm số $f(x, y) = \sin x^5 * \cos y$ sử dụng miền mặc định

Bài tập 1.22.

1. Nhập vào các dòng lệnh sau:

```
[X, Y] = meshgrid (-1 : .2 : 1);
Z = X.^2 - Y.^2
contour(Z)
```

Nhận xét về nhãn của các trục tọa độ. Hãy thử lại bằng lệnh `contour(X, Y, Z)`

2. Thử các lệnh sau và cho biết kết quả:

```
contourf (X, Y, Z)
contour (X, Y, Z, 10)
contour (X, Y, Z, 20)
contourf (X, Y, Z, 20)
```

BÀI THỰC HÀNH SỐ 2.

CHƯƠNG 2.

SỬ DỤNG SYMBOLIC MATH TOOLBOX

Bài tập 2.1. Tính các giới hạn sau:

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos ax)}{\log(\cos bx)}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$$

Bài tập 2.2. Cho $f(x) = x^5 + 3x^4 - 3x + 7$.

$$1. \text{ Tính đạo hàm } f'(x)$$

$$2. \text{ Tính các giá trị } f(4), f'(4) \text{ dùng lệnh subs}$$

$$3. \text{ Sử dụng lệnh solve để tìm tất cả các điểm tới hạn của hàm } f(x).$$

Bài tập 2.3. Tìm tất cả các nghiệm thực của phương trình $x = 4 \sin x$ bằng cách sử dụng lệnh `fzero`.

Bài tập 2.4. Tính giá trị của các tích phân sau bằng cách sử dụng cả hai lệnh `int` và `quadl`:

$$1. \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$$

$$2. \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin^4 x} dx.$$

Bài tập 2.5. Chứng minh rằng các hàm sau đây là nghiệm của phương trình vi phân tương ứng (sử dụng lệnh `simplify` nếu cần).

$$1. y = 1 + e^{-t^2/2}, y' + ty = t$$

$$2. y = \frac{1}{t-3}, y' + y^2 = 0.$$

$$3. y = 10 - t^2 / 2, yy' + ty = 0.$$

$$4. y = \ln x, (2e^y - x)y' = 1. \text{ Nhắc lại, trong MATLAB, } \ln(x) \text{ là } \mathbf{log}(x).$$

$$5. y = e^t \cos 2t, y'' - 2y' + 5y = 0.$$

Bài tập 2.6. Xác định biến độc lập, sử dụng lệnh **dsolve** tìm nghiệm tổng quát của các phương trình. Tiếp đó, sử dụng lệnh **subs** để thay thế hằng số tích phân $C_1 = 2$. Cuối cùng, sử dụng lệnh **ezplot** để vẽ các hàm kết quả.

1. $y' + ty = t$
2. $(x + y^2)y' = y$
3. $yy' + ty = 0$
4. $(2e^y - x)y' = 1$
5. $y' + y^2 = 0$
6. $x(y' - y) = e^x$

Bài tập 2.7. Xác định biến độc lập, sử dụng lệnh **dsolve** tìm nghiệm của các bài toán giá trị ban đầu. Sử dụng lệnh **ezplot** để vẽ các hàm kết quả trên các khoảng tương ứng.

1. $y' + ty = t, y(0) = -1, [-4, 4]$
2. $y' + y^2 = 0, y(0) = 2, [0, 5]$
3. $(x + y^2)y' = y, y(0) = 4, [-4, 6]$
4. $(2e^y - x)y' = 1, y(0) = 0, [-5, 5]$
5. $yy' + ty = 0, y(1) = 4, [-4, 4]$
6. $x(y' - y) = e^x, y(1) = 4e, [0.001, 1]$.

Bài tập 2.8. Chứng tỏ rằng:

1. Hàm số $z = y \ln(x^2 - y^2)$ thỏa mãn phương trình $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$.
2. Hàm số $z = y^{\frac{y}{x}} \sin \frac{y}{x}$ thỏa mãn phương trình $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = yz$.

Bài tập 2.9. Tính các tích phân bội

1. $\int_0^1 \int_{x^2}^1 (x + y) dy dx$
2. $\int_0^2 \int_{x^2}^x y^2 x dy dx$
3. $\int_1^4 \int_0^{\sqrt{y}} e^{x/\sqrt{y}} dx dy$
4. $\int_{-5}^5 \int_{-\sqrt{25-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^5 dz dy dx$
5. $\int_0^1 \int_{-1}^2 \int_1^3 (x + y^2 + z^3) dz dy dx$
6. $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{x^2} \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} dy dx$
7. $\int_0^6 \int_0^z \int_0^x xyz dy dz dx$

Bài tập 2.10. Tính tổng của các chuỗi hội tụ:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n, |x| < 1$.

BÀI THỰC HÀNH SỐ 3.

CHƯƠNG 3. LẬP TRÌNH MATLAB

Bài tập 3.1.

1. Tạo một thủ tục MATLAB với tên 'test1.m' thực hiện các công việc sau:
 - a. Xóa tất cả các biến trong bộ nhớ
 - b. Tạo một vector hàng $x = 1 : 0.1 : 10$;
 - c. Tính $y = \sin x - \cos x$
 - d. Vẽ đồ thị của y theo đối x .
2. Viết thêm các chú thích và lưu chương trình của bạn vào trong thư mục làm việc.

Sau đó:

- a. Kiểm tra và gỡ lỗi nếu có
- b. Hiển thị các chú thích bằng lệnh `>> help test1`

Bài tập 3.2.

1. Tạo một hàm tên 'test2.m' với biến đầu vào (input) x và biến đầu ra y tính toán và hiển thị trên màn hình.
 - a. Tính $y = \sin x - \cos x$
 - b. Vẽ đồ thị của hàm y theo đối x .
2. Viết thêm các chú thích và lưu chương trình của bạn vào trong thư mục làm việc.

Sau đó:

- a. Kiểm tra chương trình với $x = 1 : 0.1 : 10$ và gỡ lỗi nếu có
- b. Hiển thị các chú thích bằng lệnh `>> help test2`
3. Giải thích sự khác nhau giữa thủ tục và hàm.

Bài tập 3.3. Tính gần đúng số π sử dụng kết quả sau: $\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$. Với sai số là $1e-$

12 thì cần ít nhất bao nhiêu số hạng?

Bài tập 3.4. Có một thuật toán khác để tính gần đúng số π như sau:

1. Đặt $a = 1, b = 1/\sqrt{2}, t = 1/4, x = 1$.
2. Lặp lại quy trình dưới đây cho đến khi $|b - a| < \varepsilon$, ε là sai số cho trước:

$$\begin{aligned}
 y &= a \\
 a &= (a + b) / 2 \\
 b &= \text{sqrt}(b * y) \\
 t &= t - x * (y - a)^2 \\
 x &= 2 * x
 \end{aligned}$$

3. Từ các giá trị a, b, t , ước lượng giá trị π bởi công thức

$$\text{Pi_est} = ((a + b)^2) / (4 * t)$$

Hãy viết chương trình MATLAB thể hiện thuật toán trên. Cần bao nhiêu bước lặp để thu được sai số là $1e-8, 1e-12$? So sánh với thuật toán trong bài tập 3.3.

Bài tập 3.5. Viết các chương trình tính $n!, (2n-1)!!, (2n)!!$

Bài tập 3.6. Dãy Fibonacci là dãy số được xác định như sau:

$$F_1 = F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 3.$$

1. Tính 10 số hạng đầu tiên của dãy Fibonacci
2. Với 50 số hạng đầu tiên của dãy, tính tỷ số $\frac{F_n}{F_{n-1}}$.

Người ta chứng minh được rằng dãy tỷ số này tiến tới tỷ lệ vàng $\rho = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Kiểm định điều này qua kết quả của bạn.

Bài tập 3.7. Đa thức Legendre được định nghĩa theo công thức truy hồi sau:

$$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0.$$

với $P_0(x) = 1, P_1(x) = x, P_2(x) = \frac{3x^2 - 1}{2}$. Lập chương trình tính đa thức Legendre bậc n , kết quả lưu dưới dạng vector hệ số.

Bài tập 3.8. Đa thức Chebyshev được định nghĩa theo công thức truy hồi như sau:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

với $T_0(x) = 1, T_1(x) = x$, lập chương trình tính đa thức Chebyshev bậc n , kết quả lưu dưới dạng vector hệ số.

Bài tập 3.9. Viết chương trình tính tiền điện của một gia đình biết rằng giá điện thay đổi phụ thuộc vào số điện tiêu thụ n theo quy định sau:

- Mỗi số điện (Kwh) có giá 500đ nếu $n < 100$
- Mỗi số điện có giá 700đ nếu $100 \leq n < 200$
- Mỗi số điện có giá 1000đ nếu $200 \leq n \leq 500$
- Mỗi số điện có giá 1200đ nếu $n > 500$.

Đồng thời nếu $n < 0$ thì in ra không hợp lệ, nếu $n \geq 500$ thì in ra tổng số tiền kèm theo câu ‘Hạn chế sử dụng điện.’

Bài tập 3.10. Viết chương trình giải phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$. Áp dụng để giải các phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$; $x^2 + 2x - 1 = 0$. Kiểm tra lại kết quả bằng cách tính tay hoặc dùng hàm **roots** của MATLAB.

Bài tập 3.11. Viết chương trình với input là một số nguyên dương n , output là hai số S_1, S_2 trong đó $S_1 = \sum_{k=1}^n k$, $S_2 = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3}$. Áp dụng tính với $n = 2012$, sử dụng **format long** để in ra kết quả.

Bài tập 3.12. Viết chương trình tính căn bậc hai của a theo sai số cho trước ε theo công thức lặp Newton:

- Chọn $x_1 = \frac{a}{2}$.
- Sử dụng công thức lặp: $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$
- Điều kiện dừng: $\frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_n|} < \varepsilon$

Bài tập 3.13. Viết chương trình tính gần đúng căn bậc ba của a với sai số cho trước ε theo công thức lặp Newton:

- Chọn $x_1 = \frac{a}{3}$.
- Sử dụng công thức lặp $x_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2x_n + \frac{a}{x_n^2} \right)$
- Điều kiện dừng: $\frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_n|} < \varepsilon$

Bài tập 3.14. Viết chương trình MATLAB tính tổng $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3}$ bằng cách sử dụng mã vô hướng và mã vector hóa. So sánh thời gian chạy của hai cách trên.

BÀI THỰC HÀNH SỐ 4.

CHƯƠNG 4.

LẬP TRÌNH MATLAB TRONG PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Các bài tập dưới đây đều yêu cầu lập chương trình trên Matlab.

Bài tập 4.1. Giả sử hàm số $y = f(x)$ cho dưới dạng bảng:

x	x_0	x_1	\dots	x_n
y	y_0	y_1	\dots	y_n

1. Lập chương trình thể hiện việc tìm đa thức nội suy Lagrange, Newton tiến, Newton lùi của hàm số trên.
2. Chạy thử chương trình với bộ dữ liệu đầu vào: $x = 0:3$, $y = [-5 \quad -6 \quad -1 \quad 16]$
3. Dùng lệnh $u = \text{sym}('x')$ để tìm đa thức nội suy dưới dạng công thức giải tích.

Bài tập 4.2. Xét phương trình $f(x) = 0$.

1. Với giả thiết hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện của phương pháp Newton (tiếp tuyến), hãy lập trình thể hiện phương pháp trên theo công thức lặp

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 1, 2, \dots$$

2. Thử nghiệm chương trình trên trong việc tìm nghiệm gần đúng của phương trình $f(x) = x^4 - 3x^2 + 75x - 10000 = 0$ trong khoảng $(-11, -10)$. Chọn điểm xuất

phát $x_0 = -11$, tìm nghiệm x_n sao cho sai số tương đối $\left| \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}} \right| < 1e-5$.

Bài tập 4.3. Xét phương trình $f(x) = 0$.

1. Với giả thiết hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện của phương pháp dây cung trên khoảng phân ly nghiệm (a, b) , hãy lập trình thể hiện phương pháp trên theo công thức lặp

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n - d)f(x_n)}{f(x_n) - f(d)}, \quad n = 1, 2, \dots$$

với $(x_0, d) = (a, b)$ hoặc $(x_0, d) = (b, a)$ tùy thuộc vào hàm $f(x)$.

2. Thử nghiệm chương trình trên trong việc tìm nghiệm gần đúng của phương trình $f(x) = x^3 - 0.2x^2 - 0.2x - 1.2 = 0$ trong khoảng $(1, 1.5)$. Chọn điểm xuất phát

$$x_0 = 1.5, \text{ tìm nghiệm } x_n \text{ sao cho sai số tương đối } \left| \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}} \right| < 1e-5.$$

Bài tập 4.4.

1. Lập các chương trình thể hiện các phương pháp Euler, Euler cải tiến, RK3, RK4, ví dụ theo dạng sau:

function [t, y] = euler(fun, t0, tn, y0, h)

.....

end

trong đó các dữ liệu đầu vào:

- fun: là hàm về phải
- t0, tn: điểm đầu và điểm cuối
- y0: giá trị ban đầu
- h: bước lưới

và các dữ liệu đầu ra là các mảng t, y chứa lưới và giá trị hàm nghiệm tại nút lưới tương ứng.

2. Thử nghiệm các chương trình trên với các bài toán cụ thể. Vẽ đồ thị nghiệm số và nghiệm đúng trên cùng một hệ trục tọa độ để so sánh. (kiểm tra lại nghiệm đúng bằng lệnh **dsolve**)

(a) $y' = t + y, y(0) = 1, t \in [0, 0.5], y(t) = 2e^t - t - 1$

(b) $y' = t - 2y, y(0) = 1, t \in [0, 1], y(t) = \frac{1}{4}(2t - 1 + 5e^{-2t})$

$$(c) \quad y' = \frac{ty}{2}, \quad y(0) = 1, \quad t \in [0, 1], \quad y(t) = \frac{e^{t^2}}{4}$$

Bài tập 4.5. Xét hệ phương trình Lorenz

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 10(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = 23x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z. \end{cases}$$

Tìm nghiệm gần đúng của hệ trên sử dụng RK4. Vẽ đồ thị của cả ba hàm số $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bài tập 4.6.

1. Lập chương trình kiểm tra tính chéo trội của một ma trận cho trước
2. Lập chương trình thể hiện phương pháp lặp Jacobi giải hệ đại số tuyến tính $Ax = b$ trong đó, A là ma trận chéo trội.
3. Lập chương trình thể hiện phương pháp lặp Gauss-Seidel giải hệ đại số tuyến tính $Ax = b$ trong đó, A là ma trận chéo trội.
4. Thử nghiệm các chương trình trên tìm nghiệm với 5 bước lặp với

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 1 \\ 1 & 10 & 2 \\ 1 & 1 & 10 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix}; \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$